

ESTABILIDAD DE SISTEMAS DE POTENCIA

11.1 INTRODUCCIÓN

La estabilidad del sistema de potencia implica que su capacidad para volver a la operación normal o estable después de haber sido sometida a algún tipo de perturbación. Inestabilidad significa una condición que denota la pérdida de sincronización de las máquinas síncronas o la pérdida del paso. Por lo tanto, el estado de equilibrio, o estabilidad de un sistema de energía, alude comúnmente a mantener el funcionamiento síncrono del sistema. En este capítulo, nos centraremos en este aspecto de la estabilidad por el cual una pérdida de sincronización significará inestabilidad del sistema. Tres tipos de estabilidad son preocupantes: estado estable, dinámico y estabilidad transitoria.

La estabilidad en estado estable se relaciona con la respuesta de una máquina síncrona a una carga creciente. Básicamente, se refiere a la determinación del límite superior de las cargas de la máquina antes de perder la sincronización, siempre que la carga se incremente gradualmente. La estabilidad dinámica implica la respuesta a pequeñas perturbaciones que ocurren en el sistema, produciendo oscilaciones. Se dice que el sistema es dinámicamente estable si estas oscilaciones no adquieren más que cierta amplitud y se extinguen rápidamente. Si estas oscilaciones crecen continuamente en amplitud, el sistema es dinámicamente inestable. La fuente de este tipo de inestabilidad suele ser una interconexión entre sistemas de control. La estabilidad dinámica se puede mejorar significativamente mediante el uso de estabilizadores de sistemas de energía de retardo de fase. La respuesta del sistema a la perturbación puede no ser aparente durante unos 10 a 30 segundos.

La estabilidad transitoria implica la respuesta a grandes perturbaciones, que pueden causar cambios bastante grandes en las velocidades del rotor, los ángulos de potencia y las transferencias de potencia. La estabilidad transitoria es un fenómeno rápido generalmente evidente en unos pocos segundos.

Los estudios de estabilidad de los sistemas de energía se llevan a cabo en una computadora digital. En este capítulo, presentamos casos especiales para ilustrar ciertos principios y conceptos básicos.

11.2 CONSTANTE DE LA INERCIA Y LA ECUACIÓN DE OSCILACIÓN

La constante de inercia y el momento angular desempeñan un papel importante en la determinación de la estabilidad transitoria de una máquina síncrona. La unidad de inercia constante H en MJ / MVA se define como la energía cinética almacenada en las partes giratorias de la máquina a una velocidad síncrona por unidad de (MVA) de la máquina.

La energía cinética del rotor a velocidad síncrona se da como:

$$KE = \frac{1}{2} J \omega_{s-mech}^2 \times 10^{-6} \text{ MJ} \quad \dots(11.1)$$

donde:

J = momento de inercia del rotor (Kg-m²)

w_{s-mech} = velocidad sincrónica en radianes (mecánicos) / seg

Pero:

$$w_{s-elect} = \left(\frac{P}{2} \right) w_{s-mech} = \text{velocidad del rotor en radianes (eléctricos) / seg. ... (11.2)}$$

donde P = número de polos de la máquina

De las ecuaciones (11.1) y (11.2) se obtiene:

$$KE = \frac{1}{2} \left[J \left(\frac{2}{P} \right)^2 \cdot w_{s-elect} \times 10^{-6} \right] \cdot w_{s-elect}$$

$$\therefore KE = \frac{1}{2} M w_{s-elect}^2 \quad \dots(11.3)$$

Donde

$$M = J \left(\frac{2}{P} \right)^2 \cdot w_{s-elect} \times 10^{-6} = \text{moment of inertia in} \\ \text{MJ-sec/elect-radian} \quad \dots(11.4)$$

Se defina la constante de inercia H , tal que

$$GH = KE = \frac{1}{2} M w_{s-elect}^2 \quad \dots(11.5)$$

Donde

G = Potencia trifásica nominal base de la en MVA

H = constante de inercia en MJ / MVA o MW-seg / MVA.

De la Eq. (11.5), podemos escribir,

$$M = \frac{2 GH}{w_{s-elect}^2} = \frac{2 GH}{2 \pi f} = \frac{GH}{\pi f} \text{ MJ-sec/elect-radian} \quad \dots(11.6)$$

$$\text{or} \quad M = \frac{GH}{180f} \text{ MJ-sec/elect-degree} \quad \dots(11.7)$$

M también se llama la constante de inercia.

Suponiendo G como base, la constante de inercia en por unidad es

$$M \text{ (pu)} = \frac{H}{\pi f} \text{ Sec}^2/\text{elect-radian} \quad \dots(11.8)$$

or

$$M \text{ (pu)} = \frac{H}{180 f} \text{ Sec}^2/\text{elect-degree} \quad \dots(11.9)$$

El rango de constantes de inercia para ciertas máquinas se muestra en la Tabla - 11.1

Tabla 11.1: Constantes típicas de inercia de máquinas sincrónicas

Type of machine	Inertia constant H (MJ/MVA.)
Turbine generator:	
Condensing, 1800 rpm	9–6
3600 rpm	7–4
Noncondensing, 3600 rpm	4–3
Waterwheel generator:	
Slow speed, < 200 rpm	2–3
High speed, >200 rpm	2–4
Synchronous Condenser:	
Large	1.25
Small	1.0
Synchronous motor with varies from 1.0 to 5.0 and higher for heavy flywheels.	2.0

* [De Westinghouse Electrical Transmission and Distribution Reference Book, 1964, p. 486].

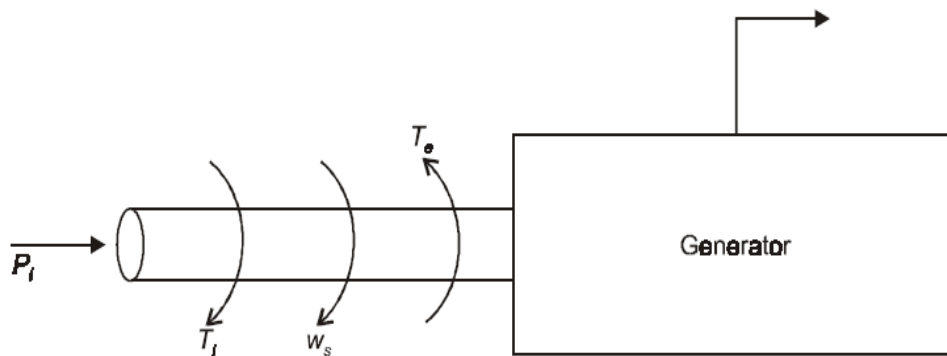


Fig. 11.1: Flujo de las potencias en un generador síncrono.

Considerese un generador síncrono que desarrolle un par electromagnético T_e (y una potencia electromagnética correspondiente P_e) mientras opera a la velocidad síncrona w_s . Si el par de entrada proporcionado por el motor primario, en el eje del generador es T_i , entonces en condiciones de estado estable (es decir, sin ninguna perturbación)

$$T_e = T_i \quad \dots(11.10)$$

Aquí se ha despreciado cualquier par de retardo debido a pérdidas rotatorias. Por lo tanto se tiene,

$$T_e w_s = T_i w_s \quad \dots(11.11)$$

and

$$T_i w_s - T_e w_s = P_i - P_e = 0 \quad \dots(11.12)$$

Si se produce una desviación del estado estacionario, por ejemplo, un cambio en la carga o una falla, entonces la potencia de entrada P_i no es igual a P_e , si se desprecia la resistencia de la armadura. Por lo tanto, el lado izquierdo de Eq. (11.12) no es cero y entra en juego un par de aceleración. Si P_a es la potencia de aceleración (o desaceleración) correspondiente, entonces

$$P_i - P_e = M \cdot \frac{d^2\theta_e}{dt^2} + D \cdot \frac{d\theta_e}{dt} = P_a \quad \dots(11.13)$$

Donde M se ha definido en la Eq. (11.8) o Eq. (11.9). D es un coeficiente de amortiguamiento y θ_e es la posición angular eléctrica del rotor. Es más conveniente medir la posición angular del rotor con respecto a un marco de referencia que gira sincrónicamente. Sea,

$$\delta = \theta_e - \omega_s \cdot t \quad \dots(11.14)$$

$$\therefore \frac{d^2\theta_e}{dt^2} = \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad \dots(11.15)$$

Donde δ es el ángulo de potencia de la máquina sincrónica. Despreciando el amortiguamiento (es decir, $D = 0$) y sustituyendo en las Eq. (11.15) en Eq. (11.13), obtenemos,

$$M \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_e \quad MW \quad \dots(11.16)$$

Utilizando las Eqs. (11.16) y (11.6), obtenemos

$$\frac{GH}{\pi f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_e \quad MW \quad \dots(11.17)$$

Dividiendo por G , la potencia nominal en MVA de la máquina,

$$M \text{ (pu)} \frac{d^2\delta}{dt^2} = (P_i - P_e) \text{ pu} \quad \dots(11.18)$$

donde $M \text{ (pu)} =$

$$M(\text{pu}) = \frac{H}{\pi f} \quad \dots(11.19)$$

$$\text{or} \quad \frac{H}{\pi f} \frac{d^2\delta}{dt^2} = (P_i - P_e) \text{ pu} \quad \dots(11.20)$$

La Eq. (11.20) se llama ecuación de oscilación o swing. Describe la dinámica del rotor para una máquina sincrónica. Aunque se desprecia el amortiguamiento, este ayuda a estabilizar el sistema. El amortiguamiento debe ser considerado en el estudio de estabilidad dinámica.

11.3 SISTEMA MULTIMÁQUINA

En un sistema de varias máquinas, se debe seleccionar una base de sistema común. Sea,

$$G_{\text{machine}} = \text{potencia nominal de la máquina (base)}$$

$$G_{\text{system}} = \text{base del sistema.}$$

La Eq. (11.20), luego puede ser reescrita como:

$$\frac{G_{\text{machine}}}{G_{\text{system}}} \left(\frac{H_{\text{machine}}}{\pi f} \right) \frac{d^2 \delta}{dt^2} = (P_i - P_e) \cdot \frac{G_{\text{machine}}}{G_{\text{system}}} \quad \dots(11.21)$$

$$\therefore \left(\frac{H_{\text{system}}}{\pi f} \right) \cdot \frac{d^2 \delta}{dt^2} = (P_i - P_e) \text{ pu on system base} \quad \dots(11.22)$$

Donde

$$H_{\text{system}} = \left(\frac{G_{\text{machine}}}{G_{\text{system}}} \right) \cdot H_{\text{machine}} \quad \dots(11.23)$$

= constante de inercia de la máquina en la base del sistema.

11.4 MÁQUINAS GIRANDO COHERENTEMENTE

Consideremos las ecuaciones de oscilación de dos máquinas en una base de sistema común, es decir,

$$\frac{H_1}{\pi f} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{i1} - P_{e1} \quad \dots(11.24)$$

$$\frac{H_2}{\pi f} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{i2} - P_{e2} \quad \dots(11.25)$$

Dado que los rotores de las máquinas rotan al unísono,

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta \quad \dots(11.26)$$

Añadiendo Eqs. (11.24) y (11.25) y haciendo $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, se obtiene:

$$\frac{H_{\text{eq}}}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_i - P_e \quad \dots(11.27)$$

Donde

$$\begin{aligned} P_i &= P_{i1} + P_{i2} \\ P_e &= P_{e1} + P_{e2} \\ H_{\text{eq}} &= H_1 + H_2 \end{aligned} \quad \dots(11.27)$$

la inercia equivalente H_{eq} puede expresarse como:

$$H_{\text{eq}} = \left(\frac{G_{1,\text{machine}}}{G_{\text{system}}} \right) \cdot H_{1,\text{machine}} + \left(\frac{G_{2,\text{machine}}}{G_{\text{system}}} \right) H_{2,\text{machine}} \quad \dots(11.28)$$

Ejemplo 11.1: Un turbogenerador de 4 polos de 60 Hz, con SN = 100 MVA, 13.8 KV tiene una inercia de 10 MJ/MVA.

- Encuentre la energía almacenada en el rotor a la velocidad sincrónica.
- Si la entrada al generador aumenta repentinamente a 60 MW para una carga eléctrica de 50 MW, encuentre la aceleración del rotor.
- Si la aceleración del rotor calculada en la parte (b) se mantiene durante 12 ciclos, encuentre el cambio en el ángulo de torque y la velocidad del rotor en rpm al final de este período.

Solución:

(a) Energía almacenada = GH

G = 100 MVA, H = 10 MJ / MVA.

Energía almacenada = 100 x 10 = 1000 MJ.

(b) $P_a = P_i - P_e = 60 - 50 = 10$ MW.

se sabe que

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{100 \times 10}{180 \times 60} = \frac{5}{54} \text{ MJ-Sec/elect deg.}$$

Ahora

$$M \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a$$

$$\therefore \frac{5}{54} \frac{d^2\delta}{dt^2} = 10$$

$$\therefore \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{10 \times 54}{5} = 108 \text{ elect-deg/Sec}^2$$

$$\therefore \alpha = \text{acceleration} = 108 \text{ elect-deg/Sec}^2 \quad \text{Ans.}$$

(c) 12 ciclos = 12/60 = 0.2 s

El cambio en

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2} \alpha (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \times 108 \times (0.2)^2 \text{ elect-degree.} \\ &= 2.16 \text{ elect-degree.} \end{aligned}$$

Ahora

$$\alpha = 108 \text{ elect-deg/Sec}^2$$

$$\alpha = 60 \times \frac{108}{360^\circ} \text{ rpm/Sec} = 18 \text{ rpm/Sec.}$$

Velocidad del rotor al final de 12 ciclos:

$$\begin{aligned}
&= \frac{120f}{P} + \alpha (\Delta t) \\
&= \left(\frac{120 \times 60}{4} + 18 \times 0.2 \right) \text{ rpm} \\
&= 1803.6 \text{ rpm} \quad \text{Ans.}
\end{aligned}$$

Ejemplo 11.2: Una máquina sincrónica de 400 MVA tiene $H_1 = 4.6 \text{ MJ/MVA}$ y una máquina de 1200 MVA tiene $H_2 = 3.0 \text{ MJ/MVA}$. Las máquinas operan en paralelo en un central. Encontrar la H_{eq} , en relación a una base de 100 MVA.

Solución:

La energía cinética total de las dos máquinas es

$$KE = 4.6 \times 400 + 3 \times 1200 = 5440 \text{ MJ.}$$

Usando la fórmula dada en la Eq. (11.28),

$$H_{eq} = \left(\frac{400}{100} \right) \times 4.6 + \left(\frac{1200}{100} \right) \times 3$$

$$\therefore H_{eq} = 54.4 \text{ MJ/MVA}$$

o, la inercia equivalente relativa a una base de 100 MVA es

$$H_{eq} = \frac{KE}{\text{System base}} = \frac{5440}{100} = 54.4 \text{ MJ/MVA} \quad \text{Ans.}$$

Ejemplo 11.3: Un generador de 100 MVA, de dos polos, 50 Hz, tiene un momento de inercia de $40 \times 10^3 \text{ Kg-m}^2$. ¿Cuál es la energía almacenada en el rotor a la velocidad nominal?, ¿Cuál es el momento angular correspondiente?. Determinar la constante de inercia H.

Solución:

$$\eta_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \times 50}{2} = 3000 \text{ rpm.}$$

La energía almacenada es

$$\begin{aligned}
KE \text{ (stored)} &= \frac{1}{2} J \omega_m^2 = \frac{1}{2} (40 \times 10^3) \left(\frac{2\pi \times 3000}{50} \right)^2 \text{ MJ} \\
&= 2842.4 \text{ MJ}
\end{aligned}$$

Luego,

$$H = \frac{KE \text{ (stored)}}{\text{MVA}} = \frac{2842.4}{100} = 28.424 \text{ MJ/MVA.}$$

$$M = J \omega_m = (40 \times 10^3) \left(\frac{2\pi \times 3000}{50} \right)$$

$$M = 15.07 \text{ MJ-Sec/mech-radian} \quad \text{Ans.}$$

11.5 FLUJO DE POTENCIA EN ESTADO ESTACIONARIO

Para la comprensión básica, se considera una línea de transmisión corta sin pérdidas. La figura 11.2 muestra una línea de transmisión corta sin pérdidas (es decir, una resistencia despreciable).

Las tensiones en el extremo emisor y extremo receptor de fase son V_S y V_R respectivamente. Se desea determinar la potencia activa y reactiva en el extremo emisor y en el extremo receptor, considerando que V_S adelanta a V_R en un ángulo δ .

Por fases, la potencia en el extremo emisor,

$$S_S = P_S + jQ_S = V_S I^* \quad \dots(11.29)$$

De la Fig. 11.2, I viene dada por

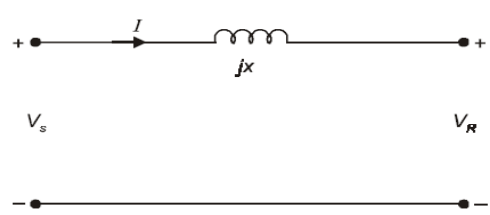
$$I = \frac{V_S - V_R}{jx} \quad \text{or} \quad I^* = \frac{V_S^* - V_R^*}{-jx} \quad \dots(11.30)$$


Fig. 11.2: Línea de transmisión corta sin pérdidas

De las Eqs. (11.29) y (11.30), se obtiene,

$$S_S = \frac{V_S(V_S^* - V_R^*)}{-jx} \quad \dots(11.31)$$

$$V_R = |V_R| \angle 0^\circ \quad \text{so, } V_R = V_R^* = |V_R|$$

Ahora $V_S = |V_S| \angle \delta = |V_S| e^{j\delta}$

La Eq. (11.31) se convierte en

$$S_S = P_S + jQ_S = \frac{|V_S||V_R|}{x} \sin \delta + \frac{j1}{x} (|V_S|^2 - |V_S||V_R| \cos \delta)$$

$$\therefore P_S = \frac{|V_S||V_R|}{x} \sin \delta \quad \dots(11.32)$$

$$\text{and } Q_S = \frac{|V_S|^2 - |V_S||V_R| \cos \delta}{x} \quad \dots(11.33)$$

Del mismo modo, en el extremo receptor se tiene

$$S_R = P_R + jQ_R = V_R I^* \quad \dots(11.34)$$

Procediendo como antes, se obtiene finalmente

$$Q_R = \frac{(|V_S||V_R| \cos \delta - |V_R|^2)}{x} \quad \dots(11.35)$$

$$P_R = \frac{|V_S||V_R|}{x} \sin \delta \quad \dots(11.36)$$

Por lo tanto, para líneas de transmisión sin pérdidas,

$$P_S = P_R = \frac{|V_S||V_R|}{x} \sin \delta \quad \dots(11.37)$$

De manera similar, la ecuación para la potencia de estado estable entregada por una máquina sincrónica sin pérdidas viene dada por

$$P_e = P_d = \frac{|E_g||V_t|}{x_d} \sin\delta \quad \dots(11.38)$$

Donde $|E_g|$ es la tensión interna, $|V_t|$ es la tensión del terminal, x_d es la reactancia del eje directo (o la reactancia sincrónica en una máquina de rotor cilíndrico) y δ es el ángulo de potencia eléctrica.

Ejemplo 11.4: Los voltajes de extremo emisor y de extremo receptor de una línea de transmisión trifásica con una carga de 200 MW son iguales a 230 KV. La impedancia por línea de fase es de 14 Ohm. Calcule la potencia máxima de estado estable que se puede transmitir a través de la línea.

Solución:

$$|V_S| = |V_R| = 230 \times 1000 / \sqrt{3} = 132790.5 \text{ Volt.}$$

$$= 132.79 \text{ KV.}$$

De la Eq. (11.37)

$$P_R (\text{max}) = P_S (\text{max}) = \frac{|V_S||V_R|}{x} = \frac{|V_R|^2}{x} = \frac{(132.79)^2}{14}$$

$$= 1259.5 \text{ MW/phase}$$

$$= 3 \times 1259.5 \text{ MW (3- phase total)}$$

$$= 3778.5 \text{ MW} \quad \text{Ans.}$$

Ejemplo 11.5: En la Fig.11.3 se muestra el diagrama unifilar de un sistema. Todos los valores están en una base común. El potencia entregada en la barra 2 (una barra infinita con tensión 1 pu.) es 1.0 pu a un factor de potencia 0.80 en atraso. Obtener la ec. de ángulo de potencia y la ec. de oscilación para el sistema. Despreciar todas las pérdidas.

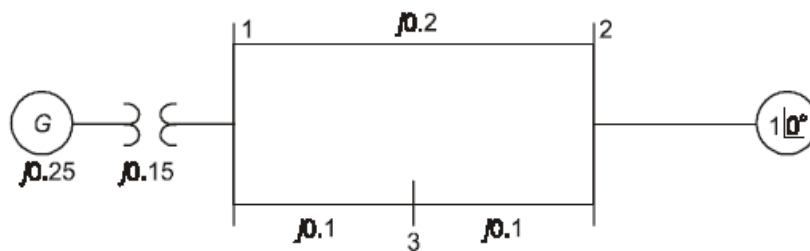


Fig. 11.3: Diagrama unifilar del ejemplo e 11.5.

Solución:

La figura 11.4 muestra un diagrama de impedancia equivalente.

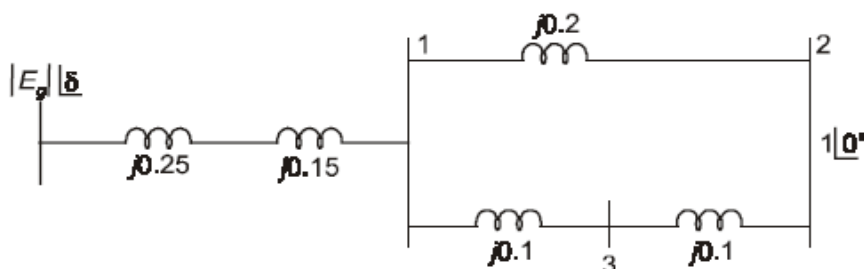


Fig. 11.4: Diagrama de impedancia equivalente.

$$x_{eq} = 0.25 + 0.15 + \frac{0.2 \times 0.2}{0.4} = 0.50 \text{ pu}$$

$$\cos \Phi = 0.8, \Phi = 36.87^\circ \text{ (lagging)}$$

La corriente en el bus 2 es

$$I = \frac{1.0}{1 \times 0.8} \angle -36.87^\circ = 1.25 \angle -36.87^\circ \text{ pu}$$

La tensión E_g es entonces dada por

$$|E_g| \angle \delta = |V_2| \angle 0^\circ + jx_{eq} I$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = 1 \angle 0^\circ + 0.5 \angle 90^\circ \times 1.25 \angle -36.87^\circ$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = 1 + 0.625 \angle 53.13^\circ$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = 1.375 + j 0.5$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = 1.463 \angle 20^\circ$$

$$\therefore |E_g| = 1.463, \quad \delta = 20^\circ$$

$$\therefore P_e = \frac{E_g \cdot V_2}{x_{eq}} \sin \delta = \frac{1.463 \times 1}{0.5} \sin(\delta)$$

$$\therefore P_e = 2.926 \sin \delta .$$

De la Eq. (11.20),

$$\frac{H}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_i - P_e \quad \dots(i)$$

Si se desea trabajar en grados eléctricos, entonces la Eq. (i) se puede escribir como

$$\frac{H}{180 f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_i - P_e \quad \dots(ii)$$

Aquí $P_i = 1.0$ pu entrada de potencia mecánica al generador.

$$\therefore \frac{H}{180 f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = 1 - 2.926 \sin \delta \quad \text{Ans.}$$

Como verificación del resultado, en estado estable.

$$P_i = P_e = 1 \quad \therefore 2.926 \sin \delta = 1 \quad \therefore \delta = 20^\circ.$$

Ejemplo 11.6: Encuentre la máxima capacidad de suministro en estado estacionario de un sistema que consta de una reactancia de generador equivalente de 0.4 pu conectada a una barra infinita a través de una reactancia serie de 1.0 pu. La tensión en los terminales del generador se mantiene en 1.10 pu. y la tensión en la barra infinita en 1.0 pu.

Solución:

El circuito equivalente del sistema se muestra en la figura 11.5.

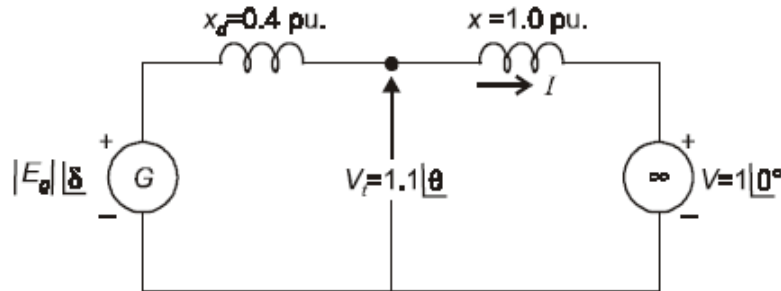


Fig. 11.5: Circuito equivalente de ejemplo e 11.6.

$$|E_g| \angle \delta = V_t + jx_d I \quad \dots(i)$$

$$I = \frac{V_t - V}{jx} = \frac{1.1 \angle \theta - 1 \angle 0^\circ}{j1} \quad \dots(ii)$$

Utilizando las Eqs. (i) y (ii)

$$|E_g| \angle \delta = 1.1 \angle \theta + j0.4 \left(\frac{1.1 \angle \theta - 1}{j1} \right)$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = 1.1 \cos \theta + j 1.1 \sin \theta + 0.4 \times 1.1 \angle \theta - 0.4$$

$$\therefore |E_g| \angle \delta = (1.54 \cos \theta - 0.4) + j 1.54 \sin \theta \quad \dots(iii)$$

La capacidad máxima de potencia en estado estacionario (límite) se alcanza cuando $\delta = 90^\circ$, es decir, la parte real de la ec. (iii) es cero. Así

$$1.54 \cos \theta - 0.4 = 0$$

$$\therefore \theta = 74.9^\circ$$

$$\therefore |E_g| = 1.54 \sin (74.9^\circ) = 1.486 \text{ pu.}$$

$$\therefore V_t = 1.1 \angle 74.9^\circ$$

$$\therefore P_{\max} = \frac{|E_g|V}{(x_d + x)} = \frac{1.486 \times 1.0}{0.4 + 1}$$

$$\therefore P_{\max} = 1.061 \text{ pu.} \quad \text{Ans.}$$

11.6 CRITERIO DE LAS ÁREAS IGUALES

En las discusiones anteriores, se ha indicado que una **Solución** a la ecuación de oscilación para $\delta(t)$, lleva a la determinación de la estabilidad de una sola máquina que funciona como parte de un gran sistema de potencia.

Sin embargo, la **Solución** de la ecuación de oscilación no siempre es necesaria para investigar la estabilidad del sistema. Más bien, en algunos casos, se puede tomar un enfoque directo. Este enfoque se basa en el criterio de áreas iguales.

Ahora consideremos la ec. (11.18),

$$\frac{Md^2\delta}{dt^2} = P_i - P_e$$

$$\therefore \frac{Md^2\delta}{dt^2} = P_a$$

$$\therefore \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_a}{M} \quad \dots(11.39)$$

Como se muestra en la Fig. 11.6, en un sistema inestable, δ aumenta indefinidamente con el tiempo y la máquina pierde el sincronismo. En un sistema estable, δ sufre oscilaciones, que eventualmente se extinguen a la amortiguamiento. De la Fig. 11.6, está claro que, para que un sistema sea estable, debe ser $\frac{d\delta}{dt} = 0$, en algún instante. Este criterio $\left(\frac{d\delta}{dt} = 0\right)$ se puede obtener en forma sencilla de la (11.39).

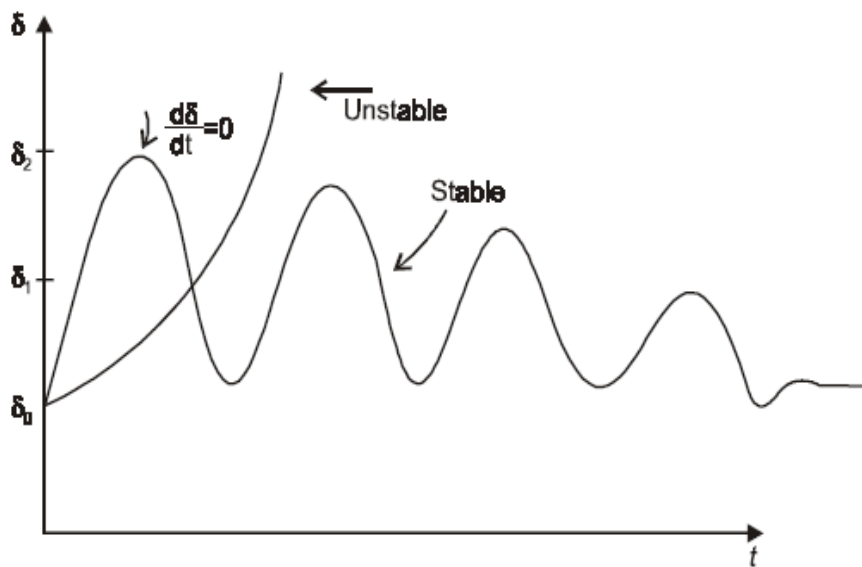


Fig. 11.6: Gráfica de $\delta(t)$.

Multiplicando ec. (11.39) por $\frac{2d\delta}{dt}$, se tiene

$$\frac{2d\delta}{dt} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2P_a}{M} \frac{d\delta}{dt} \quad \dots(11.40)$$

que, al integrarse con respecto al tiempo, da

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{M} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta \quad \dots(11.41)$$

Notar que $P_a = P_i - P_e$ = potencia de aceleración y δ_0 es el ángulo de potencia inicial antes del rotor comience a oscilar debido a una perturbación. El criterio de estabilidad $\frac{d\delta}{dt} = 0$ implica que (en algún momento)

$$\int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta = 0 \quad \dots(11.42)$$

Esta condición requiere que, para la estabilidad, el área debajo del gráfico de la potencia de aceleración P_a versus δ debe ser cero para algún valor de δ ; es decir, el área positiva (o de aceleración) debajo del gráfico debe ser igual al área negativa (o de desaceleración). Por lo tanto, este criterio se conoce como el criterio de estabilidad de áreas iguales, y se muestra en la Fig. 11.7.

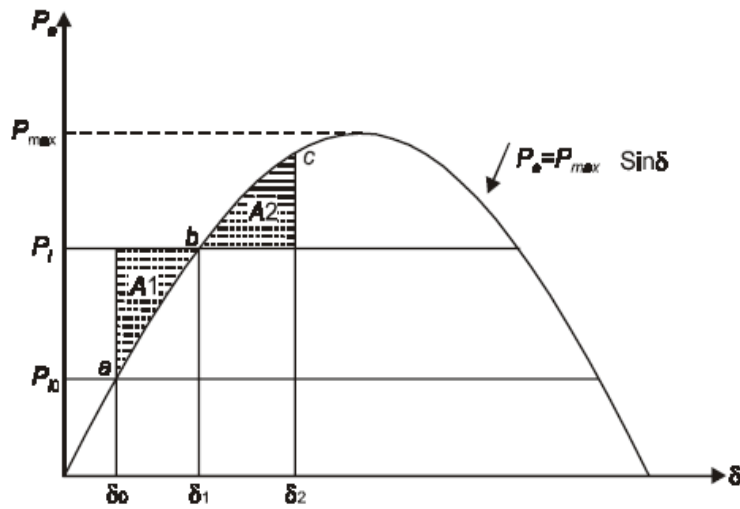


Fig. 11.7: Característica de ángulo-potencia.

En la Fig. 11.7, el punto 'a' correspondiente al δ_0 es el punto de operación inicial de estado estable. En este punto, la potencia de entrada a la máquina, $P_{i0} = P_{e0}$. Donde P_{e0} es la potencia generada. Cuando se produce un aumento repentino en la potencia de entrada del eje en P_i , la potencia de aceleración, P_a , se vuelve positiva y el rotor se mueve hacia el punto 'b'. Se asume que la máquina está conectada a un gran sistema de potencia de tal forma que $|V_t|$ no cambie y también que X_d no cambie y que una corriente de campo constante mantenga constante a $|E_g|$. En consecuencia, el rotor acelera y el ángulo de potencia comienza a aumentar. En el punto 'b', $P_i = P_e$ y $\delta = \delta_1$. Pero $\frac{d\delta}{dt}$ sigue siendo positivo y δ sobrepasa 'b', el último punto de operación de estado estable. Ahora P_a es negativo y finalmente δ alcanza un valor máximo de δ_2 , o punto 'c' y luego oscila nuevamente hacia 'b'. Por lo tanto, el rotor se establece en el punto 'b', que es el último punto de operación estable en estado estable como se muestra en la Fig. 11.7. De acuerdo con ec. (11.42), el criterio de áreas iguales requiere que, para la estabilidad, Área A1 = Área A2 o

$$\int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_i - P_{\max} \sin \delta) d\delta = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_{\max} \sin \delta - P_i) d\delta \quad \dots(11.43)$$

$$\text{or} \quad P_i (\delta_1 - \delta_0) + P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_0) = P_i (\delta_1 - \delta_2) + P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) \quad \dots(11.44)$$

Pero $P_i = P_{\max} \sin \delta_1$, P_i , que cuando se sustituye en ec. (11.44), se obtiene

$$\begin{aligned} P_{\max} (\delta_1 - \delta_0) \sin \delta_1 + P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_0) \\ = P_{\max} (\delta_1 - \delta_2) \sin \delta_1 + P_{\max} (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) \end{aligned} \quad \dots(11.45)$$

Simplificando, la ec. (11.45) se convierte en

$$(\delta_2 - \delta_0) \sin \delta_1 + \cos \delta_2 - \cos \delta_0 = 0 \quad \dots(11.46)$$

Ejemplo 11.7: Un generador sincrónico, capaz de entregar una potencia de 500 MW por fase, opera a un ángulo de potencia de 8° . ¿Cuánto se puede aumentar repentinamente la potencia de entrada al eje sin perder la estabilidad?. Suponer que $P_{\max}$ permanece constante.

Solución:

Initially,

at $\delta_0 = 8^\circ$,

$$P_{e0} = P_{\max} \sin \delta_0 = 500 \sin 8^\circ = 69.6 \text{ MW}$$

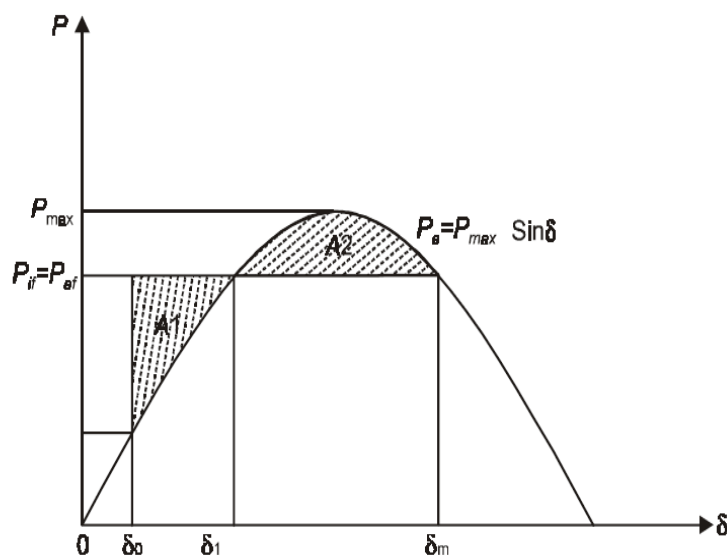


Fig. 11.8: Característica de potencia-ángulo del ejemplo 11.7..

Sea δ_m el ángulo de potencia hasta el cual puede girar el rotor antes de perder el sincronismo. Si se excede este ángulo, P_i volverá a ser mayor que P_e y el rotor volverá a acelerarse y se perderá el sincronismo como se muestra en la Fig. 11.6, Por lo tanto, el criterio de las áreas iguales requiere que ec. (11.44) estar satisfecho con δ_m reemplazando a δ_2 .

De la figura 11.8, $\delta_m = \pi - \delta_1$. Por lo tanto, ec. (11.46) se convierte en

$$(\pi - \delta_1 - \delta_0) \sin \delta_1 + \cos(\pi - \delta_1) - \cos \delta_0 = 0$$

$$\therefore (\pi - \delta_1 - \delta_0) \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - \cos \delta_0 = 0 \quad \dots(i)$$

Substituyendo $\delta_0 = 8^\circ = 0.139$ radianes en la ec. (i) se obtiene

$$(3 - \delta_1) \sin \delta_1 - \cos \delta_1 - 0.99 = 0 \quad \dots(ii)$$

Resolviendo ec. (ii) iterativamente, se obtiene $\delta_1 = 50^\circ$.

Ahora

$$P_{ef} = P_{\max} \sin \delta_1 = 500 \sin(50^\circ) = 383.02 \text{ MW}$$

La potencia inicial desarrollada por la máquina fue de 69,6 MW. Por lo tanto, sin pérdida de estabilidad, el sistema puede soporrtar un aumento repentino de

$$\begin{aligned} P_{ef} - P_{e0} &= 383.02 - 69.6 = 313.42 \text{ MW/phase} \\ &= 3 \times 313.42 = 940.3 \text{ MW (3}\phi\text{) of input shaft power.} \end{aligned}$$

11.7 ÁNGULO DE DESPEJE CRÍTICO Y TIEMPO DE DESPEJE CRÍTICO

Si ocurre una falla en un sistema, δ comienza a aumentar bajo la influencia de una potencia de aceleración positiva, y el sistema se volverá inestable si δ se hace muy grande. Hay un ángulo crítico dentro del cual se debe despejar la falla para que el sistema permanezca estable y se cumpla el criterio de áreas iguales. Este ángulo se conoce como el ángulo de despeje crítico. Considérese el sistema de la Fig. 11.9 que funciona con la potencia de entrada mecánica P_i en un ángulo estable de δ_0 . ($P_i = P_e$) como lo muestra el punto 'a' en el diagrama de potencia-ángulo de la Fig. 11.10.

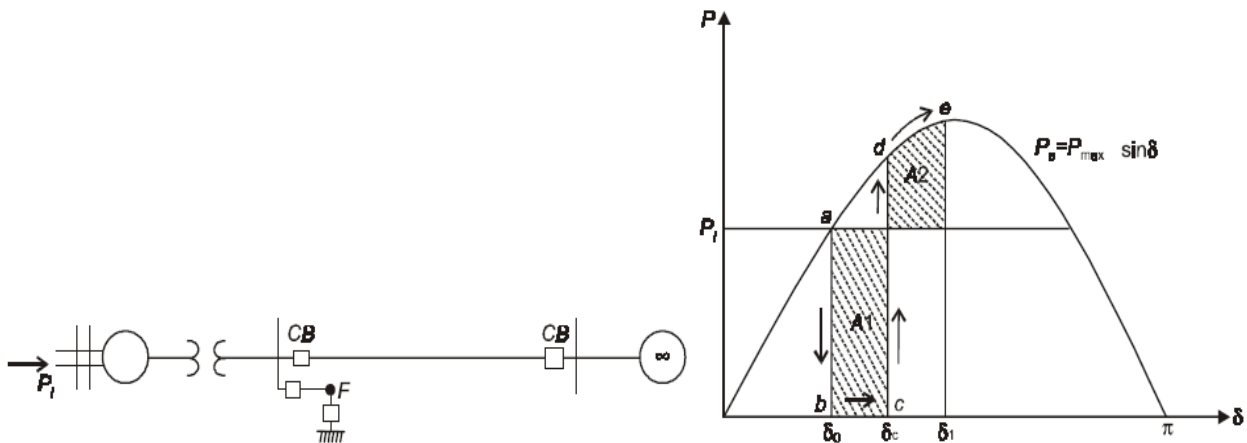


Fig. 11.9: Sistema una máquina conectada a una barra infinita. Fig. 11.10: Característica P_e - δ

Ahora, si se produce un cortocircuito trifásico en el punto F de la línea radial saliente, la tensión del terminal se hace cero y, por lo tanto, la potencia eléctrica del generador se reduce instantáneamente a cero, es decir, $P_e = 0$ y el punto de operación cae a 'b'. El área de aceleración A1 comienza a aumentar mientras el punto de estado se mueve a lo largo de bc. En el instante c correspondiente al ángulo de despeje δ_c , la falla se elimina con la apertura del interruptor de línea. A t_c se le denomina tiempo de despeje y a δ_c se le llama ángulo de despeje. Una vez que se elimina la falla, el sistema ya sin falla transmite la potencia $P_e = P_{\max} \sin \delta$, es decir, el punto de operación cambia a "d" en la curva potencia-ángulo. Ahora el rotor se desacelera y el área de desaceleración A2 comienza a aumentar mientras el punto de operación se mueve a lo largo de de. Para que haya estabilidad, el ángulo de despeje, δ_c , debe ser tal que el área A1 = área A2.

Expresando matemáticamente área A1 = área A2, se tiene:

$$P_i (\delta_c - \delta_0) = \int_{\delta_c}^{\delta_1} (P_e - P_i) d\delta$$

$$\therefore P_i (\delta_c - \delta_0) = \int_{\delta_c}^{\delta_1} P_{\max} \sin \delta \cdot d\delta - P_i (\delta_1 - \delta_c)$$

$$\therefore P_i \delta_c - P_i \delta_0 = P_{\max} (-\cos \delta_1 + \cos \delta_c) - P_i \delta_1 + P_i \delta_c$$

$$\therefore P_{\max} (\cos \delta_c - \cos \delta_1) = P_i (\delta_1 - \delta_0) \quad \dots(11.47)$$

Also

$$P_i = P_{\max} \sin \delta_0 \quad \dots(11.48)$$

Utilizando las ecs. (11.47) y (11.48) se obtiene

$$P_{\max} (\cos \delta_c - \cos \delta_1) = P_{\max} (\delta_1 - \delta_0) \sin \delta_0$$

$$\therefore \cos \delta_c = \cos \delta_1 + (\delta_1 - \delta_0) \sin \delta_0 \quad \dots(11.49)$$

Reiterando, con referencia a la figura 11.10, los diversos ángulos en la ecuación (11.49) son: δ_c = ángulo de despeje; δ_0 = ángulo de potencia inicial; y δ_1 = ángulo de potencia al que avanza el rotor (o sobrepasa) más allá de δ_c .

Para determinar el tiempo de despeje, reescribimos la ecuación (11.20), con $P_e = 0$, ya que tenemos una falla trifásica,

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} P_i \quad \dots(11.50)$$

Integrando la ec. (11.50) dos veces, y utilizando el hecho de que en $t=0$, $\frac{d\delta}{dt} = 0$, se tiene que:

$$\delta = \frac{\pi f P_i}{2H} t^2 + \delta_0 \quad \dots(11.51)$$

Si t_c es el tiempo de despeje correspondiente a un ángulo de despeje δ_c , se obtiene de la ec. (11.51),

$$\delta_c = \frac{\pi f P_i}{2H} t_c^2 + \delta_0$$

$$\therefore t_c = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f P_i}} \quad \dots(11.52)$$

Notar que δ_c se puede obtener de la ec. (11.49). A medida que se demora la apertura de la línea fallada, A_1 aumenta y δ_1 también para hacer $A_2 = A_1$ y $\delta_1 = \delta_m$, como se muestra en la Fig. 11.11.

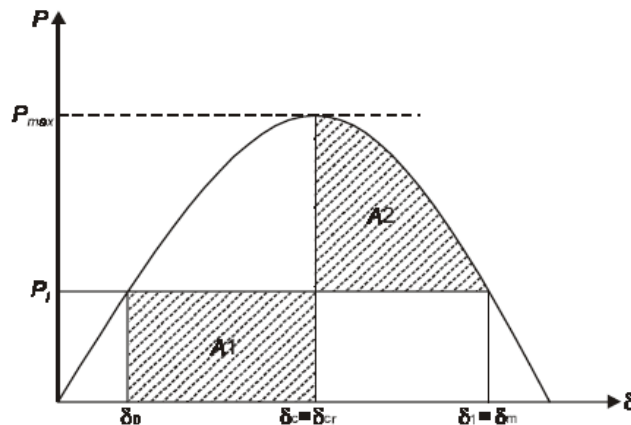


Fig. 11.11: Ángulo crítico de despeje

Para un ángulo de despeje (o tiempo de despeje) mayor que este valor, el sistema sería inestable. El valor máximo permitido del ángulo de despeje y el tiempo de despeje para que el sistema permanezca estable se conocen como ángulo de despeje crítico y tiempo de despeje crítico respectivamente.

De la figura 11.11, $\delta_m = \pi - \delta_0$, sustituyendo en la ec. (11.49) se tiene:

$$\begin{aligned}
 \cos \delta_{cr} &= \cos \delta_m + (\delta_m - \delta_0) \sin \delta_0 \\
 \therefore \cos \delta_{cr} &= \cos \delta_m + (\pi - \delta_0 - \delta_0) \sin \delta_0 \\
 \therefore \cos \delta_{cr} &= \cos (\pi - \delta_0) + (\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 \\
 \therefore \cos \delta_{cr} &= (\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - \cos \delta_0 \\
 \therefore \delta_{cr} &= \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - \cos \delta_0] \quad \dots(11.53)
 \end{aligned}$$

Utilizando la ec. (11.52), el tiempo crítico de despeje se puede escribir como:

$$t_{cr} = \sqrt{\frac{2H(\delta_{cr} - \delta_0)}{\pi f P_i}} \quad \dots(11.54)$$

δ_{cr} se puede calcular utilizando la ecuación (11.53).

Considérese el circuito con la línea de doble que se muestra en la figura 11.12.

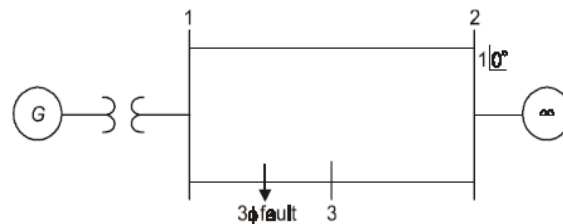


Fig. 11.12: Línea de transmisión de doble circuito

Un cortocircuito trifásico ocurre en una de las líneas como se muestra en la Fig.11.12. Debido a la inercia del rotor, el ángulo de potencia no puede cambiar instantáneamente. Además, aún se puede transmitir algo de potencia durante la falla debido a que la tensión del terminal del generador no será cero.

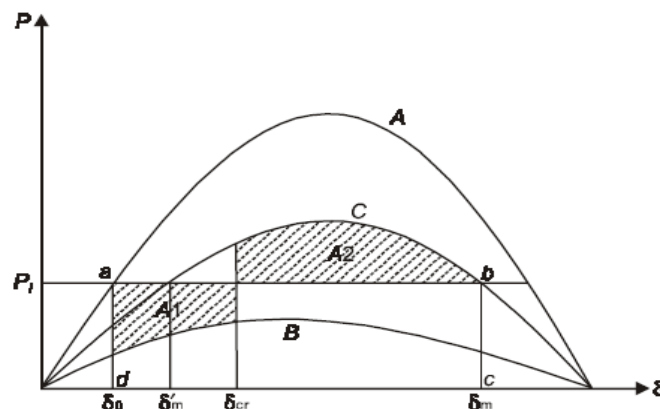


Fig. 11.13: Determinación de δ_{cr} durante condiciones de falla.

En la Fig. 11.13, la curva A antes de una falla, B durante la falla y C después de la falla de tal manera que $A = P_{\max} \sin \delta$, $B = K_1 A$ y $C = K_2 A$ con $K_1 < K_2$. Para que haya estabilidad, se debe cumplir que área $A_1 =$ área A_2 . Por lo tanto, a partir de la figura 11.3, se puede escribir,

$$\begin{aligned} \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} (P_i - B) d\delta &= \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} (C - P_i) d\delta \\ \therefore \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} (P_i - K_1 P_{\max} \sin \delta) d\delta &= \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} (K_2 P_{\max} \sin \delta - P_i) d\delta \\ \therefore \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} P_i d\delta + \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} P_i d\delta &= P_{\max} K_1 \int_{\delta_0}^{\delta_{cr}} \sin \delta d\delta + P_{\max} K_2 \int_{\delta_{cr}}^{\delta_m} \sin \delta d\delta \\ \therefore \{(\delta_{cr} - \delta_0) + (\delta_m - \delta_{cr})\} P_i &= P_{\max} K_1 (-\cos \delta_{cr} + \cos \delta_0) + K_2 P_{\max} (-\cos \delta_m + \cos \delta_{cr}) \\ \therefore (\delta_m - \delta_0) P_i &= K_1 P_{\max} (\cos \delta_0 - \cos \delta_{cr}) + K_2 P_{\max} (\cos \delta_{cr} - \cos \delta_m) \quad \dots(11.54) \\ \therefore \text{Since } P_i &= P_{\max} \sin \delta_0, \\ \therefore (\delta_m - \delta_0) \sin \delta_0 &= K_1 \cos \delta_0 - K_2 \cos \delta_m + \cos \delta_{cr} (K_2 - K_1) \\ \therefore \cos \delta_{cr} &= \frac{1}{(K_2 - K_1)} [(\delta_m - \delta_0) \sin \delta_0 + K_2 \cos \delta_m - K_1 \cos \delta_0] \quad \dots(11.55) \end{aligned}$$

De la figura 11.13, se tiene que

$$\begin{aligned} P_i &= P_m \sin \delta_0 = K_2 P_{\max} \sin \delta_m = K_2 P_{\max} \sin \delta'_m \\ \therefore \sin \delta_0 &= K_2 \sin \delta'_m = K_2 \sin(\pi - \delta_m) \quad \dots(11.56) \end{aligned}$$

Con K_1 , K_2 y δ especificados, el ángulo de despeje crítico se puede obtener de las ec. (11.55) y ec. (11.56).

Ejemplo 11.8: Un generador sincrónico de 50 Hz y capaz de suministrar 400 MW de potencia está conectado a un sistema de gran potencia y genera 80 MW al momento que se produce una falla trifásica en sus terminales; determinar:

(a) El tiempo en que se debe despejar la falla si el ángulo de potencia máxima es -85° .

Suponer $H = 7 \text{ MJ / MVA}$ en base a 100 MVA.

(b) El ángulo de despeje crítico.

Solución:

(a) de la ec. (11.48),

$$P_i = P_{\max} \sin \delta_0$$

$$P_{\max} = \frac{400}{3} \text{ MW}, P_i = \frac{80}{3} \text{ MW}$$

$$\therefore \sin \delta_0 = \frac{\left(\frac{80}{3}\right)}{\left(\frac{400}{3}\right)} = 0.2$$

$$\therefore \delta_0 = 11.54^\circ = 0.2 \text{ radian}$$

and $\delta_1 = 85^\circ = 1.48 \text{ radian}$

From eqn. (11.49),

$$\cos \delta_c = \cos \delta_1 + (\delta_1 - \delta_0) \sin \delta_0$$

$$\therefore \cos \delta_c = \cos(1.48) + (1.48 - 0.2) \sin(0.2)$$

$$\therefore \cos \delta_c = 0.343$$

$$\therefore \delta_c = 1.22 \text{ radian.}$$

From eqn. (11.52),

$$t_c = \sqrt{\frac{2H(\delta_c - \delta_0)}{\pi f P_i}}$$

$$P_i (3\phi) = 80 \text{ MW} = \frac{80}{100} = 0.8 \text{ pu MW.}$$

$$H = 7 \text{ MJ/MVA}$$

$$\therefore t_c = \sqrt{\frac{2 \times 7 \times (1.48 - 0.2)}{\pi \times 50 \times 0.8}}$$

$$\therefore t_c = 0.377 \text{ secs} = 377 \text{ ms.} \quad \text{Ans.}$$

(b) From eqn. (11.53)

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2\delta_0) \sin \delta_0 - \cos \delta_0]$$

$$\therefore \delta_{cr} = \cos^{-1}[(\pi - 2 \times 0.2) \sin(0.2) - \cos(0.2)]$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1}(-0.43) = 115.46^\circ = 2.01 \text{ radian.} \quad \text{Ans.}$$

Ejemplo 11.9: Un generador sincrónico está conectado a un sistema de gran potencia y suministrando 0.45 pu MW de su capacidad de potencia máxima. Luego ocurre una falla trifásica y la tensión efectiva en terminales se reduce al 25% del su valor antes de la falla. Cuando se despeja la falla, el generador está entregando el 70% del valor máximo original. Determinar el ángulo crítico de despeje.

Solución:

En la figura 11.14 se muestra la característica P- δ .

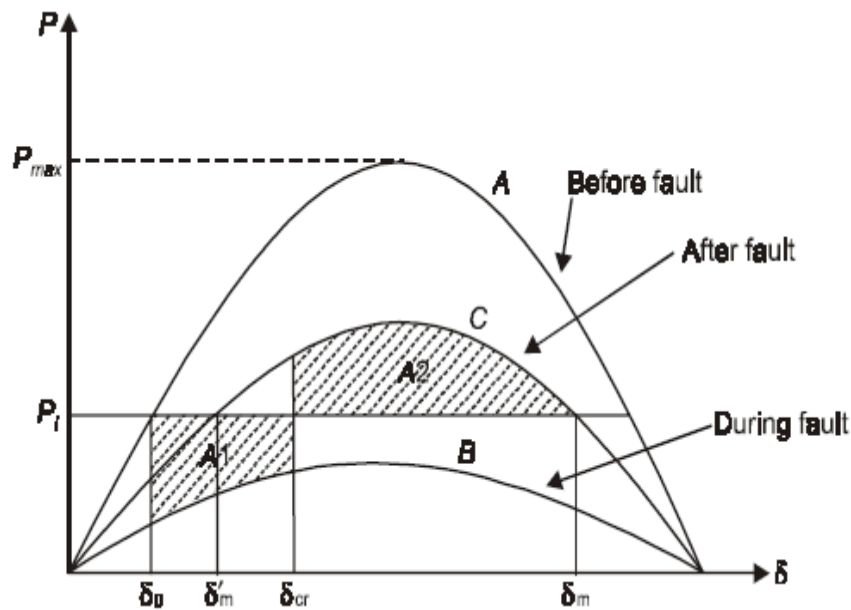


Fig. 11.14: Característica P- δ de Ejemplo 11.9.

Se sabe que

$$K_1 = \frac{P_{\max} \text{ during the fault}}{P_{\max} \text{ before the fault}}$$

$$K_2 = \frac{P_{\max} \text{ after the fault}}{P_{\max} \text{ before the fault}}$$

En la fig. 11.14

δ_0 = power angle at the time of the fault

δ_{cr} = critical power angle when fault is cleared

δ_m = maximum angle of swing

Area A_1 = Area A_2 in Fig. 11.14 and From eqn. (11.55)

$$\cos \delta_{cr} = \frac{1}{(K_2 - K_1)} [(\delta_m - \delta_0) \sin \delta_0 + K_2 \cos \delta_m - K_1 \cos \delta_0]$$

Inicialmente, el generador está suministrando 0.45 pu MW de $P_{\max}$ Por lo tanto

$$P_i = 0.45 P_{\max} = P_{\max} \sin \delta_0$$

$$\therefore \delta_0 = 26.74 \text{ or } 0.466 \text{ radian.}$$

$$\text{Now } P_{\max} = \frac{|E_g| |V_t|}{x_d}$$

Cuando se produce la falla $|V_t|$ se convierte en $0.25 |V_t|$. Por lo tanto, $K_1 = 0.25$

Después de que se despeja la falla, con $K_2 = 0.70$, se tiene

$$P_i = K_2 P_{\max} \sin \delta'_m$$

$$\therefore \delta'_m = \sin^{-1} \left[\frac{P_i}{K_2 P_{\max}} \right] = \sin^{-1} \left[\frac{0.45 P_{\max}}{0.70 P_{\max}} \right]$$

$$\therefore \delta'_m = 40^\circ \text{ or } 0.698 \text{ radian.}$$

$$\therefore \delta_m = \pi - \delta'_m = 2.443 \text{ radian.}$$

$$\therefore \cos \delta_{cr} = \frac{1}{(0.7 - 0.25)} \left[(2.443 - 0.466) \sin(0.466) + 0.7 \cos(2.443) - 0.25 \cos(0.466) \right] = 0.29$$

$$\therefore \delta_{cr} = 73.14^\circ \text{ or } 1.276 \text{ radian.} \quad \text{Ans.}$$

Ejemplo 11.10: Un generador operando a 60 Hz entrega una potencia de 1 pu MW. Repentinamente se produce una falla trifásica, reduciendo la máxima potencia transferible a 0,40 pu MW; ante de la falla la misma era de 1,80 pu MW y después de la eliminación de la falla es de 1,30 pu MW. Determinar el ángulo crítico de despeje.

Solución:

$$K_1 = \frac{P_{\max} \text{ during the fault}}{P_{\max} \text{ before the fault}}$$

$$K_2 = \frac{P_{\max} \text{ after the fault}}{P_{\max} \text{ before the fault}}$$

$$P_{\max} \text{ during the fault} = 0.4 \text{ pu MW}$$

$$P_{\max} \text{ after the fault} = 1.30 \text{ pu MW}$$

$$P_{\max} \text{ before the fault} = 1.80 \text{ pu MW.}$$

$$\therefore K_1 = \frac{0.4}{1.80} = 0.222$$

$$K_2 = \frac{1.30}{1.80} = 0.722.$$

De la fig. 11.14

$$P_i = 1.30 \sin \delta'_m = 1.0$$

$$\therefore \delta'_m = \frac{1}{1.30} = 50.26^\circ \text{ or } 0.877 \text{ radian.}$$

$$\therefore \delta_m = \pi - 0.877 = 2.264 \text{ rad.} = 129.71^\circ$$

$$\text{and } \delta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.80} \right) = 33.75^\circ \text{ or } 0.589 \text{ radian.}$$

De la ec. (11.55)

$$\cos\delta_{cr} = \frac{1}{(K_2 - K_1)} \left[(\delta_m - \delta_0) \sin\delta_0 + K_2 \cos\delta_m - K_1 \cos\delta_0 \right]$$

$$\therefore \cos\delta_{cr} = \left(\frac{1}{(0.722 - 0.222)} \right) \left[(2.264 - 0.589) \sin(0.589) + 0.722 \cos(2.264) - 0.222 \cos(0.589) \right]$$

$$\therefore \cos\delta_{cr} = 0.567$$

$$\therefore \delta_{cr} = 55.45^\circ \text{ or } 0.968 \text{ radian. } \text{Ans.}$$

Ejemplo 11.11: Encuentre el ángulo de despeje crítico del sistema de potencia que se muestra en la Fig. 11.15 para una falla trifásica en el punto F. El generador está suministrando una potencia de 1.0 pu antes de la falla.

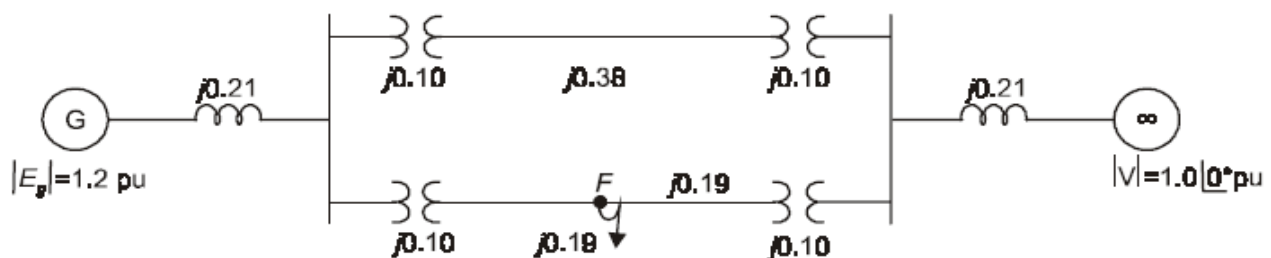


Fig. 11.15: Sistema de potencia del ejemplo 11.11.

Solución:

Operación prefalla

$$x_A = 0.21 + \frac{(0.10 + 0.38 + 0.10)}{2} + 0.21$$

$$\therefore x_A = 0.71 \text{ pu}$$

$$P_{e,A} = \frac{1.2 \times 1}{0.71} \sin\delta$$

$$\therefore P_{e,A} = 1.69 \sin\delta \quad \dots(i)$$

El ángulo de potencia δ_0 en el momento de la falla está dado por

$$\delta_0 = \sin^{-1} \left[\frac{1.0}{1.69} \right] = 36.22^\circ \text{ or } 0.632 \text{ radian.}$$

Condición de falla

La figura 11.15 (a) muestra la conexión de red durante la falla.

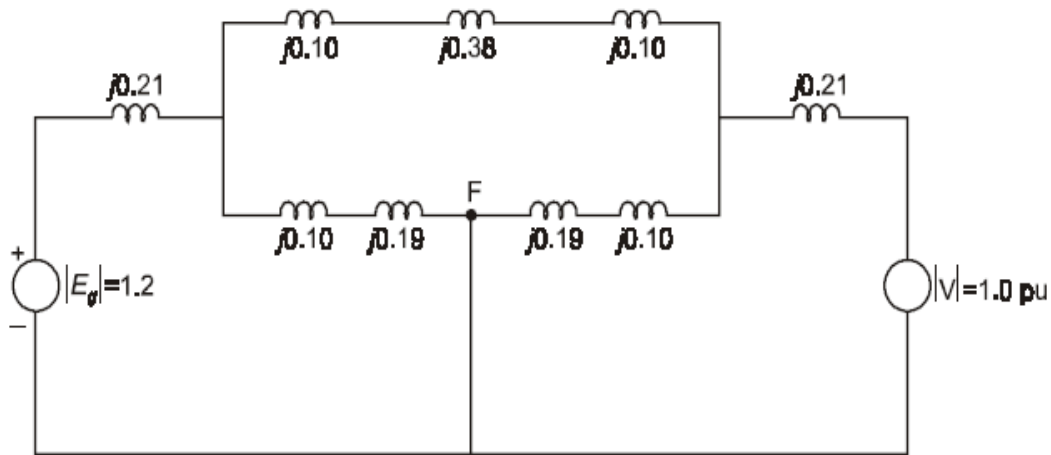
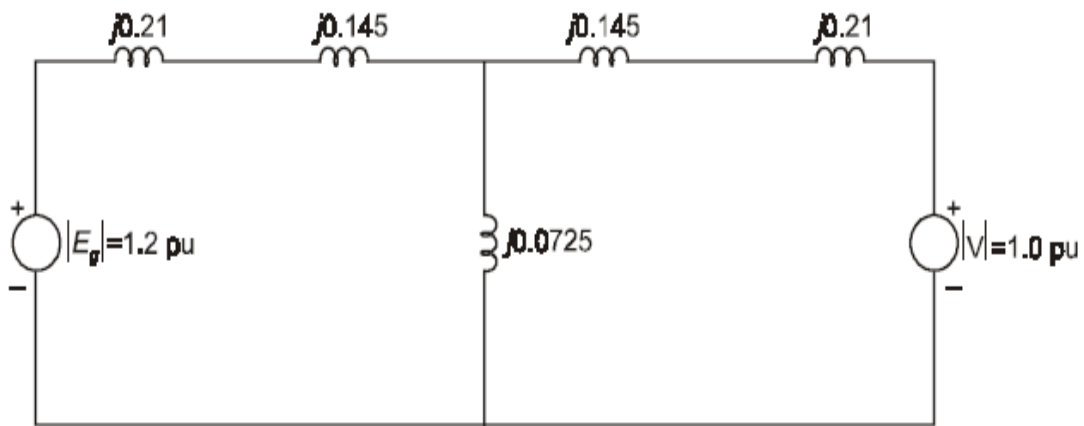
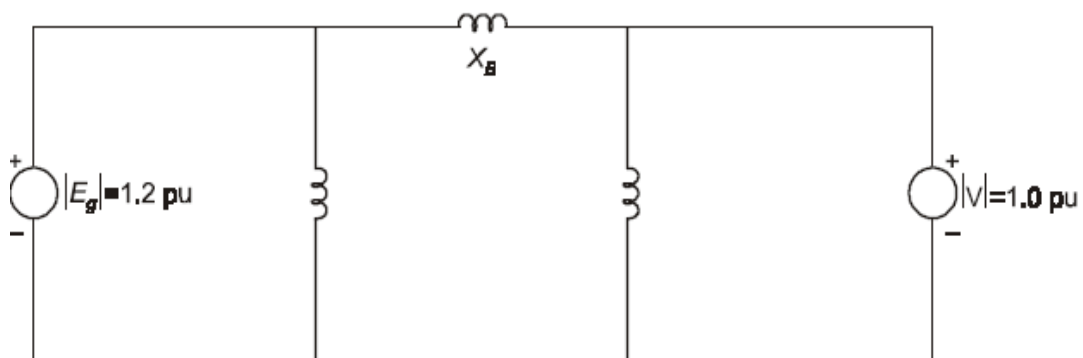


Fig. 11.15 (a): Conexión del circuito durante la falla

Fig. 11.15 (b): Conexión del circuito después de la conversión Δ -Y.Fig. 11.15 (c): Conexión del circuito después de la conversión Y- Δ

$$X_B = \frac{(0.21 + 0.145) \times 0.0725 + (0.145 + 0.21) \times 0.0725 + (0.21 + 0.145)(0.145 + 0.21)}{0.0725}$$

$$\therefore X_B = 2.448 \text{ pu.}$$

$$\therefore P_{e,B} = \frac{1.2 \times 1}{2.448} = 0.49 \sin \delta$$

Condición posfalla

En este caso, la línea fallada está abierta.

$$\therefore X_C = (0.21 + 0.10 + 0.38 + 0.10 + 0.21) \text{ pu} = 1.0 \text{ pu}$$

$$\therefore P_{e,C} = \frac{1.2 \times 1}{1} \sin \delta = 1.2 \sin \delta$$

Now

$$K_1 = \frac{0.49}{1.69} = 0.29$$

$$K_2 = \frac{1.2}{1.69} = 0.71$$

Ahora se calcula δ'_m (Fig. 11.13):

$$\delta'_m = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.2} \right) = 56.44^\circ = 0.985 \text{ radian.}$$

$$\therefore \delta_m = \pi - \delta'_m = (\pi - 0.985) = 2.156 \text{ radian} = 123.5^\circ$$

De la ec. (11.55),

$$\cos \delta_{cr} = \frac{1}{(K_2 - K_1)} \left[(\delta_m - \delta_0) \sin \delta_0 + K_2 \cos \delta_m - K_1 \cos \delta_0 \right]$$

$$\therefore \cos \delta_{cr} = \frac{1}{(0.71 - 0.29)} \left[(2.156 - 0.632) \sin (0.632) + 0.71 \cos (2.156) - 0.29 \cos (0.632) \right]$$

$$\therefore \cos \delta_{cr} = 0.654$$

$$\therefore \delta_{cr} = 49.1^\circ$$

Ans.

Ejemplo 11.12: Un motor sincrónico recibe el 35% de la potencia que es capaz de recibir desde una barra infinita. Si se duplica la carga, determine el máximo de ángulo de carga.

Solución:

Refiriéndose a la figura 11.7,

$$P_{i0} = 0.35 P_{\max}$$

$$\delta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{P_{i0}}{P_{\max}} \right) = \sin^{-1} (0.35) = 0.357 \text{ radian}$$

$$P_i = 2 \times 0.35 P_{\max} = 0.70 P_{\max}$$

$$\therefore \delta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{P_i}{P_{\max}} \right) = \sin^{-1} (0.7) = 0.775 \text{ radian}$$

En la figura 11.7, δ_2 es el valor máximo del ángulo de carga durante la oscilación del rotor. Utilizando ec. (11.46),

$$\begin{aligned}
\therefore (\delta_2 - \delta_0) \sin \delta_1 + \cos \delta_2 - \cos \delta_0 &= 0 \\
\therefore 0.7(\delta_2 - 0.357) + \cos \delta_2 - \cos(0.357) &= 0 \\
\therefore 0.7\delta_2 - 0.25 + \cos \delta_2 - 0.936 &= 0 \\
\therefore \cos \delta_2 + 0.7\delta_2 &= 1.186
\end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación anterior, obtenemos

$$\delta_2 = 1.25 \text{ rad or } 72^\circ.$$

Ans.

11.8 SOLUCIÓN PASO A PASO

La ecuación de oscilación se puede resolver de manera iterativa con la técnica paso a paso que se muestra en la Fig. 11.16. En la **Solución**, se supone que la potencia de aceleración P_a y la velocidad angular relativa del rotor w_r , son constantes dentro de cada sucesión de intervalos (arriba y medio, Fig. 11.16), sus valores se utilizan para encontrar el cambio en δ durante cada intervalo.

Para iniciar el procedimiento iterativo, se necesita $P_a(0+)$, que evaluamos como

$$P_a(0+) = P_i - P_e(0+) \quad \dots(11.57)$$

Entonces la ecuación de oscilación se puede escribir como:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \alpha(0+) = \frac{P_a(0+). \pi f}{H} \quad \dots(11.58)$$

y el cambio en w_r , se da (Fig.11.16) por

$$\Delta w_r = \alpha(0+) \Delta t \quad \dots(11.59)$$

$$\text{Then } w_r = w_0 + \Delta w_r = w_0 + \alpha(0+). \Delta t \quad \dots(11.60)$$

El valor promedio de w_r durante el primer intervalo es entonces

$$w_{r(\text{avg})} = w_0 + \frac{\Delta w_r}{2} \quad \dots(11.61)$$

Del mismo modo, el cambio en el ángulo de potencia para el primer intervalo es

$$\Delta \delta_1 = w_{r(\text{avg})}. \Delta t \quad \dots(11.62)$$

$$\text{and so } \delta_1 = \delta_0 + \Delta \delta_1 \quad \dots(11.63)$$

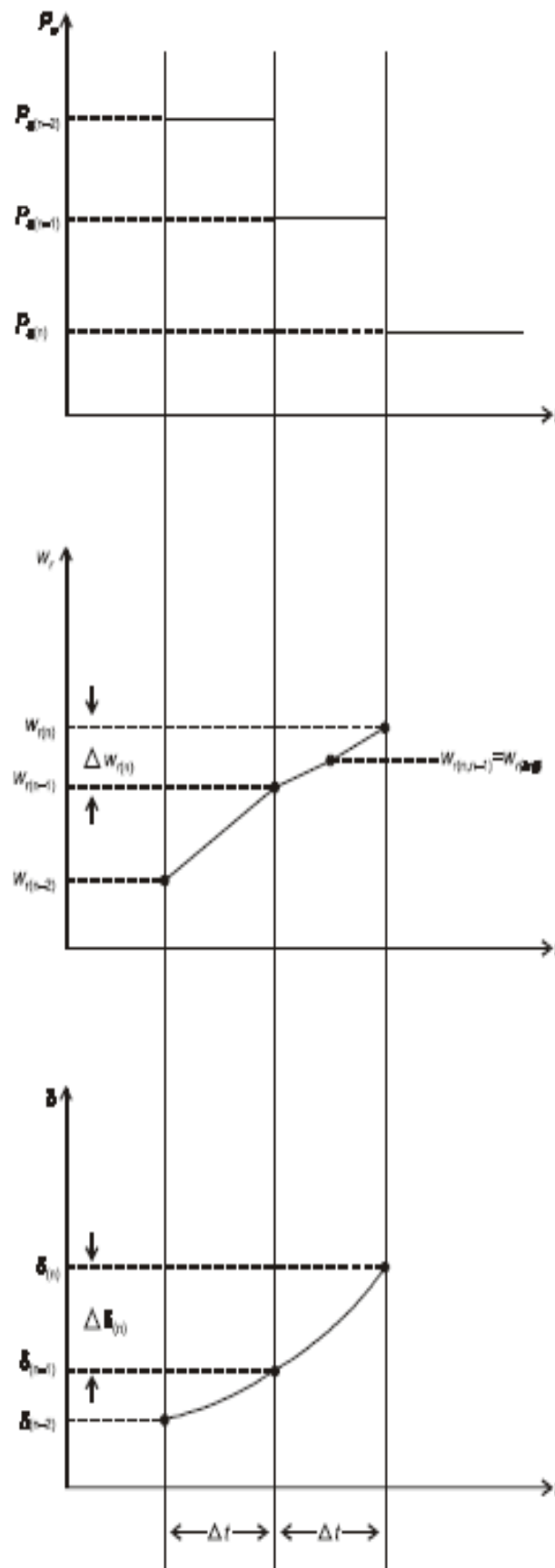


Fig. 11.16: Valores reales y supuestos de P_a , w_r y δ .

11.9 EVALUACIÓN DE P_a y w_r (AVG)

Cuando se utiliza la técnica paso a paso, se supone que P_a es constante en el intervalo e igual a su valor al comienzo del intervalo. Así

$$P_0 = P_{a(n-1)} + \dots(11.64)$$

como se muestra en la figura 11.16. Si se produce una discontinuidad durante un intervalo (como puede deberse al despeje de una falla), el procedimiento estándar es simplemente redefinir los intervalos en ese punto para que la discontinuidad ocurra al final (comienzo) de un intervalo. Entonces la ec. (11.64) puede ser utilizada como se indicó anteriormente. La velocidad media en un intervalo se da como:

$$w_{r(n, n-1)} = w_{r \text{ (avg)}} = \frac{w_{r(n)} + w_{r(n-1)}}{2} \dots(11.65)$$

11.10 ALGORITMO PARA LAS ITERACIONES.

Volviendo ahora a la ecuación (11.62), vemos que δ_1 da un punto en la curva de oscilación. El algoritmo para el proceso iterativo es el siguiente:

$$P_{a(n-1)} = P_i - P_{e(n-1)} \dots(11.66)$$

$$P_{e(n-1)} = \frac{|E||V|}{x} \sin \delta_{(n-1)} \dots 11.67)$$

$$\alpha_{(n-1)} = \frac{P_{a(n-1)}(180f)}{H} \dots(11.68)$$

$$\Delta w_{r(n)} = \alpha_{(n-1)} \Delta t \dots(11.69)$$

$$w_{r(n, n-1)} = w_{r \text{ (avg)}} = w_{r(n-1)} + \frac{\Delta w_{r(n)}}{2} \dots(11.70)$$

$$\Delta \delta_{(n)} = w_{r(n, n-1)} \Delta t \dots(11.71)$$

$$\delta_{(n)} = \delta_{(n-1)} + \Delta \delta_{(n)} \dots(11.72)$$

Ejemplo 11.13: La energía cinética almacenada en el rotor de una máquina sincrónica de 50 Hz, 60 MVA es 200 MJ. El generador tiene una tensión interna de 1,2 pu y está conectado a una barra infinita que opera con una tensión de 1,0 pu a través de una reactancia de 0,3 pu. El generador está suministrando la potencia nominal cuando se produce un cortocircuito trifásico en la línea. Subsecuentemente operan y la reactancia entre el generador y la barra toma el valor de 0.4 pu. Usando el algoritmo paso a paso dibujar la curva de oscilación de la máquina para el tiempo antes de que la falla sea despejada.

Solución:

$$\frac{H}{180f} = \frac{200 / 60}{180 \times 50} = 3.7 \times 10^{-4} \text{ sec}^2/\text{degree}$$

From eqn.(11.66), we have

$$P_{a(0)} = 1.0 - 0.0 = 1.0 \text{ pu}$$

From eqn. (11.68)

$$\alpha_{(0)} = \frac{1.0}{3.7 \times 10^{-4}} = 2702.7 \text{ degree/sec}^2$$

From eqn. (11.69) with $\Delta t = 0.05 \text{ sec}$,

$$\Delta w_{r(1)} = 2702.7 * 0.05 = 131.5 \text{ degree/sec.}$$

From eqn.(11.70),

$$w_{r(1,0)} = 0 + \frac{131.5}{2} = 67.55 \text{ degree/sec.}$$

From eqn. (11.71),

$$\Delta\delta_{(1)} = 67.55 * 0.05 = 3.3775 \text{ degree}$$

Para completar la primera iteración, se determina el ángulo de potencia inicial, δ_0 , de la siguiente manera. Antes de la falla

$$P_{\max} = \frac{1.2 \times 1.0}{0.30} = 4.0 \text{ pu}$$

$$\text{Then} \quad 4 \sin\delta_0 = 1.0$$

$$\text{or} \quad \delta_0 = 14.477 \text{ degree.}$$

Con este valor del ángulo de potencia inicial, de la ec. (11.72), se tiene

$$\delta_{(1)} = 14.4775 + 3.3775 = 17.855 \text{ degree.}$$

Para el segundo intervalo

$$P_{a(1)} = 1.0 - 0.0 = 1.0$$

$$\alpha_{(1)} = \frac{1.0}{3.7 \times 10^{-4}} = 2702 \text{ degree/sec.}$$

$$\Delta w_{r(2)} = 2702 \times 0.05 = 135.1 \text{ degree}$$

$$\begin{aligned} w_{r(2,1)} &= w_{r(1)} + \frac{\Delta w_{r(2)}}{2} = w_{r(0)} + \Delta w_{r(1)} + \frac{\Delta w_{r(2)}}{2} \\ &= 202.65 \text{ degree/sec.} \end{aligned}$$

$$\Delta\delta_{(2)} = w_{r(2,1)} \cdot \Delta t = 202.65 \times 0.05 = 10.1325^\circ$$

$$\delta_{(2)} = \delta_{(1)} + \Delta\delta_{(2)} = 17.855 + 10.1325 = 27.9875 \text{ degree}$$

Como α y Δw_r no cambian durante los intervalos sucesivos, se tiene

$$w_{r(3,1)} = w_{r(1)} + \Delta w_r + \frac{\Delta w_r}{2} = 337.75 \text{ degree/sec.}$$

$$\Delta\delta_{(3)} = w_{r(3,2)} \Delta t = 337.75 \times 0.05 = 16.8875 \text{ degrees}$$

$$\delta_{(3)} = \delta_{(2)} + \Delta\delta_{(3)} = 44.875 \text{ degree.}$$

De esta manera, se obtiene la siguiente tabla de valores, a partir de la cual se representa la figura 11.17.

Table 11.1

t (sec)	δ (degrees)
0.0	14.48
0.05	17.85
0.10	27.99
0.15	44.88
0.20	68.52
0.25	98.92

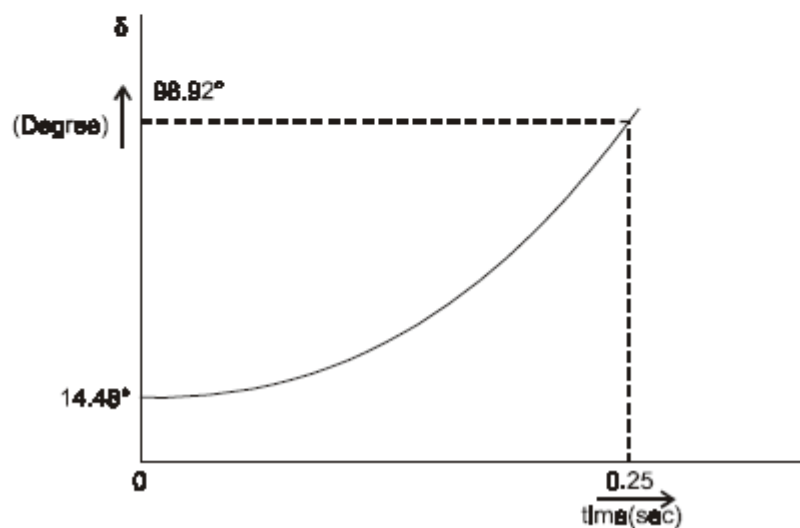


Fig. 11.17: Curva de oscilación del Ejemplo 11.13.

Ejemplo 11.14: Para el sistema del ejemplo - 11.13, encuentre la limpieza crítica en ciclos para un interruptor apropiado.

Solución:

Antes de la falla, $P_{\max} = 4.0$ pu

Ángulo de potencia inicial, $\delta_0 = 14.4775^\circ = 0.2527$ radianes. Ahora, durante la falla, $P_{\max} = 0.0$ y $K_1 = 0$ para su uso en la ec. (11.55). Después de que se despeja la falla,

$$P_{\max} = \frac{1.2 \times 1.0}{0.4} = 3.0 \text{ pu}$$

and $K_2 = 3/4 = 0.75$ for use in eqn. (11.55)

Now $\delta'_m = \pi - \delta_m$ (Fig. 11.13)

$$\sin \delta'_m = \frac{1}{3.0} \quad \therefore \delta'_m = 0.34 \text{ radian.}$$

$$\therefore \delta_m = \pi - \delta'_m = \pi - 0.34 = 2.80 \text{ radian}$$

substituting K_1 , K_2 , δ_0 and δ_m in eqn. (11.55), yields

$$\cos \delta_{cr} = \frac{1}{0.75} \left[(2.8 - 0.2527) \times 0.25 - 0 + 0.75 \cos(2.8) \right]$$

$$\therefore \cos \delta_{cr} = -0.093$$

$$\therefore \delta_{cr} = 95.34^\circ.$$

De la figura 11.17, cuando $\delta = \delta_{cr} = 95.34$, $t_{cr} = 0.245$ seg. Por lo tanto, la falla debe ser despejada dentro de

$$50 \times 0.245 = 12.25 \text{ ciclos.}$$

Podemos concluir que la estabilidad transitoria de un generador sincrónico, durante y después de las condiciones de falla, depende de la oscilación del rotor y del tiempo crítico de despeje de la falla. Estos se rigen por la inercia de la máquina y la reactancia transitoria del eje directo. La estabilidad general del sistema se puede mejorar mediante esquemas de control apropiados, como el control de la válvula de la turbina, rápido despeje de fallas, sistemas de excitación apropiados y los dispositivos FACTS.

EJERCICIOS

11.1. Una máquina sincrónica de 4 polos, 20 MVA, 50 Hz, tiene una constante de inercia $H = 9$ MJ/MVA. Encuentre la energía cinética a velocidad sincrónica y el par de aceleración si la entrada del eje es 26800 hp y la potencia entregada es de 16 MW. **Respuesta:** 180 MJ, 23628 NW M.

11.2. En P 11.1, suponga que la aceleración es constante durante 15 ciclos. Determine (a) el cambio en el ángulo de torsión en ese período (b) velocidad al final de 15 ciclos. **Respuesta:** (a) 8.36 grad-elect (b) 1504.6 rpm.

11.3. El límite de estado estable de un sistema eléctrico es de 150 MW. Un generador con excitación constante está suministrando 60 MW al sistema. Calcule el aumento repentino máximo permitido en la salida del generador sin causar inestabilidad. **Respuesta:** 67.0 MW.

11.4. Una máquina sincrónica conectada a una barra infinita a través de una línea de doble circuito como se muestra en la Fig. 11.19. Encuentre la potencia inicial máxima con las dos líneas en operación, de modo que el sistema pueda continuar estable cuando una de las líneas sale de operación repentinamente. **Respuesta:** 1.14 pu

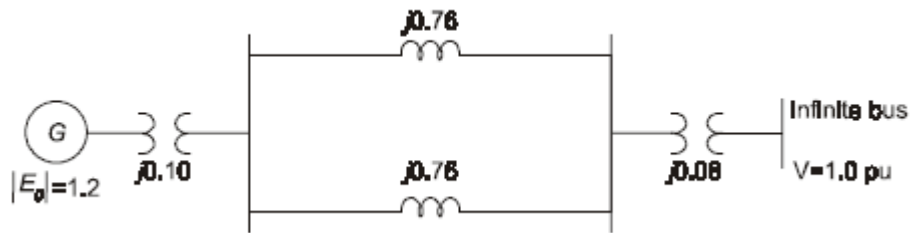


Fig. 11.19: Rede ejemplo del ejercicio 11.4.

11.5. Una máquina síncrona conectada a una barra infinita a través de una línea de transmisión. La transferencia de potencia máxima de este sistema es de 5.0 pu y, inmediatamente antes del fallo, la transferencia de potencia es de 2.5 pu. Los valores máximos de la curva de ángulo de potencia durante la falla y las condiciones posteriores a la falla son 2.0 pu y 4.0 pu respectivamente. Averigüe el ángulo de limpieza crítico. **Respuesta:** 89.9

11.6. Un generador síncrono de 25 MVA, 11 KV, 4 polos y 50 Hz con $X_d = 0.30$ pu tiene $H = 7.5$ MJ /MVA. Ofrece una potencia nominal con un factor de potencia de 0.8 que se retrasa a través de una línea de transmisión de doble circuito de 0,2 pu reactancia combinada a una barra infinita a 11KV. Calcule la tensión detrás de la reactancia transitoria y el ángulo de desplazamiento inicial de la máquina con respecto al voltaje del bus. Si ocurre una falla trifásica en el medio de una de las líneas de transmisión, determine la aceleración inicial del rotor. **Respuesta:** 1.36 pu, 17.1, 10.22 rad / sec²

11.7. Un generador síncrono que funciona a 50 Hz entrega una potencia de 1 pu a una barra de bus infinita a través de una red en la que se puede ignorar la resistencia. Se produce una falla que reduce la potencia máxima transferible a 0.4 pu, mientras que antes de la falla esta potencia era de 1.8 pu, y después de la eliminación de la falla es de 1.3 pu. Mediante el uso del criterio de área de igualdad, determine el ángulo de compensación crítico. **Respuesta:** 55.8

11.8. Un generador síncrono está conectado a una barra de bus infinita a través de un transformador generador y una línea de transmisión aérea de doble circuito. La reactancia del transformador es de 0,15 pu y la reactancia de línea es de 0,4 pu. El generador está suministrando una potencia de 0,8 pu a una tensión de terminal de 1,0 pu. La reactancia transitoria del generador es de 0.20 pu y la tensión de la barra de bus infinita es de 1.0 pu. Calcule la tensión transitoria interna del generador. Determine el ángulo de compensación crítico si se produce una falla sólida trifásica en el extremo de envío (generador) de una de las líneas de transmisión y se elimina al desconectar la línea con falla. **Respuesta:** $(0.98 + 0.28)$ pu = 65.2

11.9. Un generador síncrono de 250 MVA, 0,8 pf (con retraso) de dos polos y 60 Hz tiene energía cinética de 1080 MJ a velocidad síncrona. La máquina entrega 60 MW a una carga con un ángulo de potencia de 8 grados eléctricos. La carga se retira repentinamente. Determine la aclimatación del rotor. Si la aceleración calculada para el generador es constante durante un período de 12 ciclos, determine el valor del ángulo de potencia y las rpm al final de este tiempo. **Respuesta:** 100 rpm /s, 20, 3620 rpm.

11.10. Las ecuaciones de oscilación de dos máquinas síncronas interconectadas se escriben como:

$$\frac{H_1}{\pi f} \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} = P_{m1} - P_{e1}$$

$$\frac{H_2}{\pi f} \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = P_{m2} - P_{e2}$$

Indique el ángulo de potencia relativo entre las dos máquinas con $\delta = \delta_1 - \delta_2$. Obtenga una ecuación de oscilación equivalente a la de una sola máquina en términos de δ , y muestre que

$$\frac{H}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e$$

where

$$H = \frac{H_1 H_2}{(H_1 + H_2)}$$

$$P_m = \frac{H_2 P_{m1} - H_1 P_{m2}}{H_1 + H_2}$$

$$P_e = \frac{H_2 P_{e1} - H_1 P_{e2}}{H_1 + H_2}$$

11.11. Un generador síncrono de 4 polos y 60 Hz tiene una capacidad nominal de 200 MVA, 0,8 pf de retraso. El momento de inercia del rotor es de 45100 kg-m². Determine M y H. Respuesta: M = 8.5 MJ-rad / seg. Y H = 4.0 MJ / MVA.

11.12. Un generador síncrono de 50 Hz con constante de inercia H = 2.5 segundos y una reactancia transitoria de 0.20 pu alimenta 0.80 pu de potencia real a una barra infinita (voltaje 1.0 pu) con un factor de potencia de 0.8 rezagado a través de una red de transmisión con una reactancia equivalente de 0.25 pu. Una falla trifásica se mantiene durante 0.15 segundos en los terminales del generador. Grafique la curva de oscilación y calcule el ángulo de torsión 8, 0.25 segundos después del inicio de la falla. Respuesta: 63.36

11.13. Un generador de 50 Hz, 500 MVA, 400 KV (a través de un transformador) está conectado a una barra de potencia infinita de 400 KV a través de un interconector. El generador tiene H = 2.5 MJ / MVA, tensión de 450 KV detrás de la reactancia transitoria y generando 460 MW. Las reactancias de transferencia entre el generador y la barra colectora en diversas condiciones son:

Valor predeterminado: 0.5 pu, durante falla: 1.0 pu y posfalla: 0.75 pu. Grafique la curva de oscilación utilizando intervalos de 0,05 segundos y suponiendo que la falla se despeja a 0,15 segundos. **Respuesta:** El sistema permanece estable.

11.14. Una central eléctrica tiene cuatro grupos generadores idénticos, cada uno con una potencia nominal de 50 MVA y cada uno con una constante de inercia de 5 MJ / MVA. Una segunda central eléctrica tiene tres grupos generadores idénticos, cada uno de 100 MVA y con una constante de inercia de 3 MJ / MVA. Si las dos centrales eléctricas están vinculadas por una línea larga de interconexión, calcule la inercia equivalente en base 100 MVA. **Respuesta:** 19 MJ / MVA